

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б1.О.25 Математическая статистика

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

01.03.01 Математика

Направленность (профиль)

01.03.01.31 Математический анализ, алгебра и логика

Форма обучения

очная

Год набора

2020

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили \_\_\_\_\_

к.ф.-м.н., доцент, Золотов О.А.

\_\_\_\_\_  
должность, инициалы, фамилия

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

Дисциплина «Стохастический анализ» относится к базовой части профессионального цикла, предмет ее составляют математические модели случайных явлений, математические методы систематизации, обработки и использования выборочных данных для научных и практических выводов.

Стохастический анализ входит в цикл профессиональных дисциплин в базовой части.

Освоение первой части стохастического анализа (теории вероятностей) необходимо для дальнейшего изучения математической статистики (второй части). Знание стохастического анализа может существенно помочь в научно-исследовательской работе.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

Задачей изучения дисциплины является: подготовка в области теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов для получения профилированного высшего профессионального образования; формирование универсальных и профессиональных компетенций, позволяющих выпускнику успешно работать в избранной сфере деятельности

### 1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

| Код и наименование индикатора достижения компетенции  | Запланированные результаты обучения по дисциплине |
|---|---|
| <b>ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b> |   |
| ОПК-1.1: Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности                                  |   |
| ОПК-1.2: Осуществляет выбор метода решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний   |   |
| <b>ОПК-2: Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении</b>                  |   |

|   |  |
|---|--|
| ОПК-2.1: Выписывает математические постановки классических моделей, применяемых в                                     |  |
| естествознании, технике, экономике и управлении   |  |
| ОПК-2.2: Исследует и анализирует математические модели, применяемые в естествознании, технике, экономике и управлении |  |
| ОПК-2.3: Применяет языки программирования и пакеты прикладных программ для проведения математического моделирования   |  |

#### **1.4 Особенности реализации дисциплины**

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

## 2. Объем дисциплины (модуля)

| Вид учебной работы                         | Всего,<br>зачетных<br>единиц<br>(акад.час) | е |
|--|--|---|
|  |  | 1 |
| <b>Контактная работа с преподавателем:</b> | <b>2 (72)</b>                              |   |
| занятия лекционного типа                   | 1 (36)                                     |   |
| практические занятия                       | 1 (36)                                     |   |
| <b>Самостоятельная работа обучающихся:</b> | <b>1 (36)</b>                              |   |
| курсовое проектирование (КП)               | Нет  |   |
| курсовая работа (КР)                       | Нет  |   |
| <b>Промежуточная аттестация (Экзамен)</b>  | <b>1 (36)</b>                              |   |

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

|                             |   | Контактная работа, ак. час.    |                          |   |                          |  |                          |                                     |                          |
|-----------------------------|---|--------------------------------|--------------------------|---|--------------------------|--|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| №<br>п/п                    | Модули, темы (разделы) дисциплины   | Занятия<br>лекционного<br>типа |                          | Занятия семинарского типа                 |                          |  |                          | Самостоятельная<br>работа, ак. час. |                          |
|                             |   |                                |                          | Семинары и/или<br>Практические<br>занятия |                          | Лабораторные<br>работы и/или<br>Практикумы |                          |                                     |                          |
|                             |   | Всего                          | В том<br>числе в<br>ЭИОС | Всего                                     | В том<br>числе в<br>ЭИОС | Всего                                      | В том<br>числе в<br>ЭИОС | Всего                               | В том<br>числе в<br>ЭИОС |
| <b>1. Выборочная теория</b> |   |                                |                          |   |                          |  |                          |                                     |                          |
|                             | 1. Основные понятия. Генеральная совокупность. Простая случайная выборка. Задачи математической статистики. Статистическая модель, параметрическая модель, регулярная модель. Вариационный ряд и эмпирическая функция распределения. Теоремы Гливенко, Смирнова и Колмогорова. Порядковые статистики. Распределение минимального и максимального элемента. Распределение k-й порядковой статистики. | 2                              |                          |   |                          |  |                          |                                     |                          |
|                             | 2. Выборочные характеристики. Начальные и центральные выборочные моменты, их свойства. Выборочные мода, медиана, квантили, выборочные коэффициенты асимметрии и эксцесса. Асимптотическое поведение выборочных моментов. Асимптотическая нормальность.  | 2                              |                          |   |                          |  |                          |                                     |                          |

|   |   |  |  |  |  |  |  |  |
|---|---|--|--|--|--|--|--|--|
| <p>3. Группировка выборки.<br/>Числовые характеристики группированной выборки.<br/>Поправки Шепарда. Графические характеристики выборки. Полигон, гистограмма, кумулята.<br/>Статистическая обработка случайной выборки.</p>  | 2 |  |  |  |  |  |  |  |
| <p>4. Важные распределения математической статистики.<br/>Распределение Пирсона <math>\chi^2</math>, распределения Стьюдента и Фишера. Доказательство свойств распределений Пирсона, Стьюдента и Фишера. Теорема Фишера.<br/>Теоремы о распределениях выборочных характеристик нормальной совокупности.</p> | 2 |  |  |  |  |  |  |  |
| <p>5. Точечное статистическое оценивание.<br/>Несмещенность и состоятельность. Класс несмещенных оценок. Достаточные условия состоятельности.</p>   | 2 |  |  |  |  |  |  |  |
| <p>6. Неравенство Рао – Крамера.<br/>Оптимальность оценок. Несмещенные оценки с минимальной дисперсией. Неравенство Рао – Крамера.<br/>Обобщения неравенства Рао – Крамера. Различные формы информационного количества Фишера.<br/>Эффективные оценки.</p>  | 2 |  |  |  |  |  |  |  |
| <p>7. Методы получения оценок.<br/>Метод максимального правдоподобия, метод моментов.<br/>Свойства оценок максимального правдоподобия и оценок метода моментов. Асимптотическая нормальность оценок максимального правдоподобия.</p>  | 2 |  |  |  |  |  |  |  |
| <p>8. Оценивание параметрической функции. Класс функций, имеющих эффективные оценки.<br/>Экспоненциальное семейство. Байесовское и минимаксное оценивание.</p>  | 2 |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |   |  |  |  |    |  |
|--|--|--|---|--|--|--|----|--|
| 9. Статистические модели   |  |  | 2 |  |  |  |    |  |
| 10. Выборочные характеристики  |  |  | 2 |  |  |  |    |  |
| 11. Группировка выборки  |  |  | 2 |  |  |  |    |  |
| 12. Распределения $\chi^2$ , Стьюдента, Фишера   |  |  | 2 |  |  |  |    |  |
| 13. Распределения выборочных характеристик   |  |  | 2 |  |  |  |    |  |
| 14. Несмещенные и состоятельные оценки   |  |  | 2 |  |  |  |    |  |
| 15. Эффективные оценки   |  |  | 2 |  |  |  |    |  |
| 16. Контрольная работа 3   |  |  | 2 |  |  |  |    |  |
| 17.  |  |  |   |  |  |  | 18 |  |
| <b>2. Оценивание и проверка статистических гипотез</b>   |  |  |   |  |  |  |    |  |
| 1. Достаточные статистики.<br>Определение, примеры, свойства. Теорема факторизации. Связь достаточных статистик с эффективными оценками и с оценками максимального правдоподобия. Минимальные достаточные статистики.  |  |  | 2 |  |  |  |    |  |
| 2. Оптимальные оценки.<br>Свойства оптимальных оценок, теорема единственности, связь с достаточными статистиками. Полные статистики. Теорема Рао – Блекуэлла – Колмогорова. Улучшение несмещенной оценки посредством усреднения по достаточной статистике.   |  |  | 2 |  |  |  |    |  |
| 3. Интервальные оценки.<br>Общая схема построения доверительного интервала. Центральные интервалы, интервалы минимальной длины. Доверительные интервалы параметров нормального распределения. Асимптотические доверительные интервалы. Доверительные интервалы для параметров моделей Бернулли и Пуассона. |  |  | 2 |  |  |  |    |  |

|  |   |  |  |  |  |  |  |  |
|--|---|--|--|--|--|--|--|--|
| <p>4. Основные понятия теории проверки гипотез. Понятия статистической гипотезы, статистического критерия, критической области. Процедура проверки статистической гипотезы. Нулевая и альтернативная гипотезы, уровень значимости, простые и сложные гипотезы. Ошибки первого и второго рода, мощность критерия.</p>   | 2 |  |  |  |  |  |  |  |
| <p>5. Подходы к сравнению статистических критериев. Сравнение мощности критериев. Наилучшая критическая область и ее нахождение. Критерий Неймана – Пирсона. Критерий отношения правдоподобия. Байесовские и минимаксные критерии. Несмещенные и состоятельные критерии. Рандомизированные критерии. Лемма Неймана – Пирсона. Примеры равномерно наиболее мощных критериев</p> | 2 |  |  |  |  |  |  |  |
| <p>6. Критерии проверки гипотез о параметрах нормального распределения. Проверка гипотез о параметрах случайной нормальной выборки; двух независимых выборок; парных выборок. Критерий Фишера равенства дисперсий, Критерий Стьюдента равенства средних значений.</p>  | 2 |  |  |  |  |  |  |  |
| <p>7. Однофакторная статистическая модель. Дисперсионный анализ выборок из нормального распределения. множественное сравнение средних значений нормальных выборок.</p>   | 2 |  |  |  |  |  |  |  |

|  |    |  |    |  |  |  |    |  |
|--|----|--|----|--|--|--|----|--|
| 8. Непараметрические критерии.<br>Непараметрические критерии для проверки гипотез о параметрах. Критерий знаков. Ранговый критерий Уилкоксона. Примеры преобразований, стабилизирующих экспертные оценки   | 2  |  |    |  |  |  |    |  |
| 9. Критерии согласия.<br>Состоятельность критерия. Построение критерия согласия. Проверка гипотез о виде распределения; критерии Пирсона $\chi^2$ и Колмогорова. Проверка гипотез однородности и независимости.  | 2  |  |    |  |  |  |    |  |
| 10. Оценка параметров уравнения регрессии. Модель линейной регрессии. Достаточные статистики в линейных моделях. Метод наименьших квадратов. Оценивание параметров уравнения регрессии. Теорема Гаусса – Маркова. Ортогональные планы. Общая линейная гипотеза нормальной регрессии. | 2  |  |    |  |  |  |    |  |
| 11. Методы получения оценок  |    |  | 2  |  |  |  |    |  |
| 12. Экспоненциальное семейство   |    |  | 2  |  |  |  |    |  |
| 13. Достаточные статистики, оптимальные оценки   |    |  | 2  |  |  |  |    |  |
| 14. Доверительные интервалы  |    |  | 2  |  |  |  |    |  |
| 15. Статистические гипотезы  |    |  | 2  |  |  |  |    |  |
| 16. Проверка параметрических гипотез   |    |  | 2  |  |  |  |    |  |
| 17. Проверка гипотез о виде распределения  |    |  | 2  |  |  |  |    |  |
| 18. Непараметрические критерии   |    |  | 2  |  |  |  |    |  |
| 19. Модель линейной регрессии  |    |  | 2  |  |  |  |    |  |
| 20. Контрольная работа 4   |    |  | 2  |  |  |  |    |  |
| 21.  |    |  |    |  |  |  | 18 |  |
| Всего  | 36 |  | 36 |  |  |  | 36 |  |

## **4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

### **4.1 Печатные и электронные издания:**

1. Крупкина Т. В., Бабенышев С. В., Гречкосеев А. К., Кирик Е. С. Теория вероятностей и случайные процессы: электрон. учеб.-метод. комплекс дисциплины(Красноярск: ИПК СФУ).
2. Крупкина Т. В., Пыжев А. И. Теория вероятностей и математическая статистика: Ч. 1: сборник задач для студентов института математики направлений 010100.62, 010500.62, 010300.62, 010101.65 и 010501.65 (Красноярск: СФУ).
3. Крупкина Т. В., Пыжев А. И. Теория вероятностей и математическая статистика: Ч. 2: сборник задач для студентов института математики направлений 010100.62, 010500.62, 010300.62, 010101.65 и 010501.65 (Красноярск: СФУ).
4. Крупкина Т. В., Пыжев А. И. Теория вероятностей и математическая статистика: Ч. 3: сборник задач для студентов института математики направлений 010100.62, 010500.62, 010300.62, 010101.65 и 010501.65 (Красноярск: СФУ).
5. Крупкина Т. В., Пыжев А. И. Теория вероятностей и математическая статистика: Ч. 4: сборник задач для студентов института математики направлений 010100.62, 010500.62, 010300.62, 010101.65 и 010501.65 (Красноярск: СФУ).
6. Крупкина Т. В., Гречкосеев А. К., Федоров Г. А. Математическая статистика: электрон. учеб.-метод. комплекс дисциплины(Красноярск: ИПК СФУ).

### **4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):**

1. Методика проведения занятий предусматривает использование технических средств (проекторы, интерактивные доски), обеспеченных соответствующим программным обеспечением.

### **4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:**

1. Учебная и научная литература по курсу. Компьютерные демонстрации, связанные с программой курса, технические возможности для их просмотра. Наличие компьютерных программ общего назначения.
2. Операционные системы: семейства Windows (не ниже Windows XP).
3. Электронные курсы для студентов Института математики «Теория вероятностей и математическая статистика» и «Случайные процессы»на сайте
4. <http://study.sfu-kras.ru>.

## **5 Фонд оценочных средств**

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

## **6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Аудитория должна быть оборудована современным видеопроекционным оборудованием для презентаций, вычислительной техникой, а также иметь интерактивную доску или доску для письма маркерами.

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, в зависимости от нозологий, осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.

Лекционная аудитория (наличие меловой или маркерной доски) и аудитория для практических занятий.